Mathe Ü1

1.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$
$$x_1(2\text{a} - 3)x_2 = a$$
$$x_1 + (2\text{a} - 3)x_2 + (a^2 - 9)x_3 = a^2 - 6$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$
$$-(2\text{a} - 4)x_2 + x_3 = 1 - a$$
$$-(2\text{a} - 4)x_2 + -(a^2 - 10)x_3 = -(a^2 - 7)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$
$$-(2\text{a} - 4)x_2 + x_3 = 1 - a$$
$$(a^2 - 9)x_3 = a^2 - a - 6$$

$$eindeutig: a \in \mathbb{R} \setminus \{3, -3, 2\}$$
$$mehrdeutig: a = 3$$
$$nichtlösbarf\text{ür}: a = -3, a = 2$$

2.

$$ax_1 + 4x_2 + ax_3 = 1$$
$$x_1 - 2\text{x}_2 + 4x_3 = -2$$
$$2x_1 + ax_2 + 6x_3 = 4$$

$$ax_1 + 4x_2 + ax_3 = 1$$
$$(2\text{a} + 4)x_2 - 3\text{a}x_3 = -2\text{a} + 1$$
$$(-a^2 + 8)x_2 - 4\text{a}x_3 = -4\text{a} + 2$$

$$ax_1 + 4x_2 + ax_3 = 1$$
$$(2\text{a} + 4)x_2 - 3\text{a}x_3 = -2\text{a} + 1$$
$$(3\text{a}^3 + 8\text{a}^2 - 8\text{a})x_3 = -2\text{a}^3 + 7\text{a}^2 + 28\text{a}$$

$$x_1 = \frac{(-2\text{a}^2 + 7\text{a} + 28)}{(3\text{a}^2 + 8\text{a} - 8)}$$
$$x_2 = \frac{(20a^2 - 38a - 4)}{(3\text{a}^3 + 14a^2 + 8\text{a} - 16)}$$
$$x_3 = \frac{1}{a} - \frac{(-2\text{a}^3 + 7\text{a}^2 + 28\text{a})}{(3\text{a}^3 + 8\text{a}^2 - 8\text{a})} - \frac{(80\text{a}^2 - 152\text{a} - 16)}{(3\text{a}^4 + 14\text{a}^3 + 8\text{a}^2 - 16\text{a})}$$

$$L = \left\{ ? \begin{matrix} \frac{(-2\text{a}^2 + 7\text{a} + 28)}{(3\text{a}^2 + 8\text{a} - 8)} \\ \frac{(20a^2 - 38a - 4)}{(3\text{a}^3 + 14a^2 + 8\text{a} - 16)} \\ \frac{1}{a} - \frac{(-2\text{a}^3 + 7\text{a}^2 + 28\text{a})}{(3\text{a}^3 + 8\text{a}^2 - 8\text{a})} - \frac{(80\text{a}^2 - 152\text{a} - 16)}{(3\text{a}^4 + 14\text{a}^3 + 8\text{a}^2 - 16\text{a})} \end{matrix} ? \right\}$$

3.

$$L = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} \right\rangle$$

$$\begin{matrix} 112 \\ 31-2 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} x + y + 2z \\ 3x + y - 2z \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} x + y + 2z \\ -2y - 8z \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} x - 2z \\ +y + 4z \end{matrix}$$

$$-2x_1 + 4x_2 - x_3 = 0$$

4.

$Überprüfen Sie das folgende Vektorensystem \mathbb{R}^3 auf lineare Unabhänigkeit:$

$$B = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$B = x_1{\circ} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, x_2{\circ} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, x_3{\circ} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{matrix} 2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 = 0 \\ 2x_2 = 0 \end{matrix}$$

$$Gleichungssystem trivall ösbar \Rightarrow Vektorensystem linear unabhängig da:$$

$$x_2 = 0, x_1 = 0, x_3 = 0$$